

2022 年上海市普通高校

面向应届中等职业学校毕业生招生统一文化考试考试说明

数学科

一、考试性质、目的和对象

上海市普通高校面向应届中等职业学校毕业生招生统一文化考试是为普通高校招生进行的选拔性考试。选拔性考试是高利害考试，考试结果需要具有高信度，考试结果的解释和使用应该具有高效度。数学科高考的指导思想是：有利于高等学校选拔合格的新生，有利于中等职业学校实施素质教育，促进学校的数学教学改革。

考试对象为 2022 年中等职业学校报考高等学校的应届毕业生。

二、能力目标

本考试考查考生的数学建模能力、数学解模能力和数学释模能力。依据《上海市中等职业学校数学课程标准（2015 修订稿）》规定的数学能力结构，确定如下具体能力目标。

1. 数学建模能力

- 1.1 能选择适当的数学语言表达具体情境中的信息。
- 1.2 将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型。

2. 数学解模能力

- 2.1 能判断数学模型类型，选择解题策略。
- 2.2 能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果。

3. 数学释模能力

- 3.1 能在原情境中解释解模结果，并进行分析和判断。
- 3.2 能对问题解决的方法、过程、策略作出合理的反思，并对是否需要修正作出判断。

三、考试知识内容和要求

（一）考试知识内容中各水平层级的内涵

依据《上海市中等职业学校数学课程标准（2015 修订稿）》，考试知识内容的学习水平层级分为四个层次，各层次水平的内涵见下表。

学习水平	内涵描述
A 水平	在结构完备、简单且熟悉的问题中，通过模仿，能直接运用概念、公式或常用结论等，按常规的步骤解答知识点单一的数学问题
B 水平	在类型易于判别的问题中，通过清晰的步骤，能找出相关知识点间的联系，选择和运用简单的解决策略，直接运用运算、推理等数学方法解答

	数学问题
C 水平	在各类熟悉情境中，通过选择和运用常见的建模方法，建立明确的数学模型。运用娴熟的运算、灵活的推理等解决数学问题，能将得到数学问题的结果回到原情境中加以合理解释，并能简单交流表达自己的观点
D 水平	在各类情境中，能通过符号化等数学策略，建立清晰的数学模型。比较、选择和适当重组解题策略，运用较高水平的数学运算、推理等，解决相对复杂的数学问题。将得到数学问题结果在原情境中进行反思，明确地表达交流自己的观点，合理回顾、解释和反思建模、解模和释模三环节

(二) 考试知识内容及相应水平层级

依据《上海市中等职业学校数学课程标准（2015 修订稿）》，具体考试知识内容及相应水平层级如下表。

主题	知识点	水平层级
1.集合	1.1 集合的概念与表示	B
	1.2 集合间的基本关系	B
	1.3 集合的基本运算（交、并、补）	C
2.不等式	2.1 不等式的概念	A
	2.2 不等式的性质	B
	2.3 一元二次不等式的解法	C
	2.4 绝对值不等式的解法	C
	2.5 不等式的应用	D
3.函数	3.1 函数的概念	B
	3.2 函数的表示法（解析法、列表法、图像法）	C
	3.3 函数关系的建立	C
	3.4 函数的性质（奇偶性、单调性、最值）	C
	3.5 函数的应用	D
	3.6 简单的幂函数	C
4.指数函数与对数函数	4.1 指数及运算性质	B
	4.2 指数函数的概念	B
	4.3 指数函数的图像和性质	C
	4.4 对数及运算性质	B
	4.5 对数函数的概念	B

主题	知识点	水平层级
4.指数函数与对数函数	4.6 对数函数的图像和性质	C
	4.7 指数函数、对数函数的应用	D
5.三角函数	5.1 角的概念的推广	B
	5.2 弧度制	B
	5.3 任意角的三角比	B
5.三角函数	5.4 简化公式	B
	5.5 正弦函数的图像和性质	C
	5.6 余弦函数的图像和性质	B
	5.7 正弦型函数的图像和性质	C
6.空间几何体	5.8 正弦定理与余弦定理	D
	6.1 空间几何体	B
	6.2 直观图	C
	6.3 三视图	C
7.直线与圆	6.4 简单几何体的表面积和体积	C
	7.1 直线的倾斜角与斜率	B
	7.2 直线的方程	C
	7.3 两条直线的位置关系	B
	7.4 两条直线的交点	C
	7.5 点到直线的距离公式	B
	7.6 圆	B
	7.7 圆的标准方程	C
7.8 圆的一般方程	C	
8.数系的扩展	7.9 直线与圆的位置关系	D
	8.1 数的概念扩展	A
	8.2 复数的有关概念	B
	8.3 复数的四则运算	C
9.平面向量与矩阵	8.4 实系数一元二次方程在复数范围内的解	B
	9.1 向量的概念	B
	9.2 向量线性运算的几何意义	B
	9.3 向量的坐标表示及线性运算	C

主题	知识点	水平层级
9.平面向量与矩阵	9.4 矩阵的概念	B
	9.5 矩阵的线性运算	C
10.数列	10.1 数列的概念	A
	10.2 等差数列的通项公式	B
	10.3 等差数列前 n 项和公式	C
	10.4 等比数列的通项公式	B
	10.5 等比数列前 n 项和公式	C
	10.6 等差、等比数列的应用	D
11.排列与组合	11.1 两个基本原理	A
	11.2 排列的概念及排列数公式	B
	11.3 组合的概念及组合数公式	B
	11.4 排列组合应用问题	C
12.概率与统计初步	12.1 随机事件	B
	12.2 频率与概率	B
	12.3 古典概型	C
	12.4 统计图表	C
13.流程框图	13.1 流程的概念	B
	13.2 流程框图的基本逻辑结构	C
	13.3 流程设计应用问题	D

四、试卷结构及相关说明

1. 试卷结构

(1) 试题题型、题量和分值如下表。

题型	题量	分值
选择题	6 题	18 分
填空题	12 题	36 分
解答题	6 题	46 分

(2) 试卷能力结构如下表。

能力目标	分值比例
数学建模能力和数学释模能力	约 25%
数学解模能力	约 75%

(3) 试卷知识内容结构如下表。

知识内容	分值比例
几何(含空间几何体、直线与圆)	约 20%
其他部分	约 80%

2. 相关说明

(1) 考试形式：闭卷笔试，分为试卷与答题纸两部分，考生必须将答案全部做在答题纸指定的位置上。

(2) 考试时间为 100 分钟。

(3) 试卷满分为 100 分。

(4) 本考试数学试卷及答案中统一使用国标符号。

(5) 携带计算器的规定

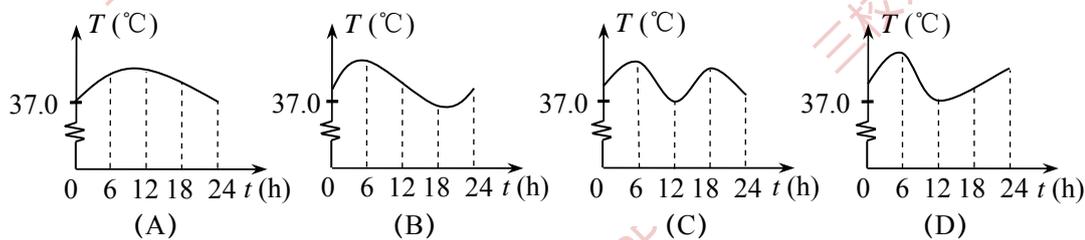
沪考院高招[2002]38 号文件：“对带入考场的计算器品牌和型号不作规定，但附带计算器功能的无线通讯工具、记忆存储等设备和附带无线通讯功能、记忆存储功能、具有图像功能的计算器不得带入考场。”

五、题型示例

本部分编制的试题仅用于说明考试的能力目标及题型，并不完全代表正式考试的试题形式、内容、难度等。

(一) 选择题 每题都给出代号为 A、B、C、D 的四个选项，其中有且只有一个选项是正确的，必须把正确选项的代号涂在答题纸的相应位置上。

例 1 某天半夜，小鹏同学因病开始发烧，清晨服药后，逐渐退烧，中午测得体温为 37.0°C ，午后体温又开始上升，傍晚再次服药，半夜基本退烧。下面大致能反映小鹏这一天（0 时~24 时）体温 T 随时间 t 变化趋势的图只可能是



【正确选项】C

【能力目标】数学建模能力/能选择适当的数学语言表达具体情境中的信息

【知识内容】函数/函数的表示法

例2 设函数 $f(x) = \log_2 x$ ，下列结论正确的是

- (A) $f(5) < 0$; (B) $f(3) < 1$; (C) $f(5) < f(3)$; (D) $f(3) < f(5)$.

【正确选项】D

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】指数函数与对数函数/对数函数的图像和性质

例3 已知 O, A, B 是平面上不共线的三点，若点 C 满足 $\overline{AC} = \overline{CB}$ ，则向量 \overline{OC} 等于

- (A) $\overline{OA} - \overline{OB}$; (B) $\overline{OA} + \overline{OB}$; (C) $\frac{1}{2}\overline{OA} - \frac{1}{2}\overline{OB}$; (D) $\frac{1}{2}\overline{OA} + \frac{1}{2}\overline{OB}$.

【正确选项】D

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】平面向量与矩阵/向量线性运算的几何意义

例4 某中职学校社区志愿者服务队由2名女生和5名男生组成，现从中选派3名学生参加三个不同的志愿者活动，假设每名学生被选中的可能性相同，则被选派的3名学生中至少有1名女生的概率为

- (A) $\frac{2}{7}$; (B) $\frac{4}{7}$; (C) $\frac{5}{7}$; (D) $\frac{6}{7}$.

【正确选项】C

【能力目标】数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

【知识内容】概率与统计初步/古典概型

(二) 填空题 每题只要求直接填写结果，请将正确的结果填在答题纸的相应位置上。

例1 某市出租车运价 y (元)与行驶里程 x (千米)的关系如图1所示，若输入的 x 为8，则输出的 y 为_____。

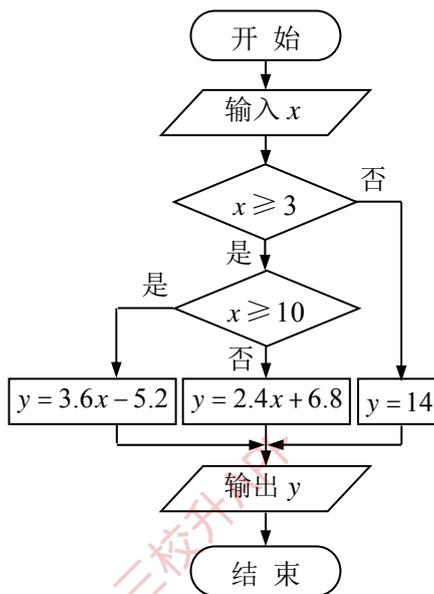


图1

【参考答案】 26

【能力目标】 数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】 流程框图/流程框图的基本逻辑结构

例 2 已知集合 $A = \{-1, 1, 3\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

【参考答案】 $\{1, 3\}$

【能力目标】 数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】 集合/集合的基本运算

例 3 若复数 $z = (a^2 - 2) + (a + \sqrt{2})i$ (i 是虚数单位) 是纯虚数, 则实数 $a =$ _____.

【参考答案】 $\sqrt{2}$

【能力目标】 数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】 数系的扩展/复数的有关概念

例 4 已知函数 $f(x) = a \sin x + bx$ ($x \in \mathbf{R}$, a, b 为常数), 若 $f(1) = -2$, 则 $f(-1) =$ _____.

【参考答案】 2

【能力目标】 数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】 函数/函数的性质

例 5 迪士尼乐园单日门票票价如表 1 所示, 则所售出任意两张单日门票的票价之和共有 _____ 种不同的金额.

表 1

	平日票	高峰日票
常规门票	370 元	499 元
优惠门票 (儿童、老年人、残障游客)	280 元	375 元

【参考答案】 10

【能力目标】 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

【知识内容】 排列与组合/排列组合应用问题

例 6 某书店的所有文学书按原价九折销售, 所有科技书按原价八折销售. 小明和小亮各自在该书店都购买了一本文学书和一本科技书, 这四本书的原价 (单位: 元) 如表 2 所示, 那么他们两人各自需支付的金额可以用一个列矩阵表示为 _____.

表 2

	文学书原价	科技书原价
小明	50	60
小亮	60	30

【参考答案】 $\begin{pmatrix} 93 \\ 78 \end{pmatrix}$

【能力目标】 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

【知识内容】 平面向量与矩阵/矩阵的线性运算

例 7 截止 2015 年年底,上海市已建各种新能源汽车充电桩共计 2.17 万个,计划到 2020 年年底全市新能源汽车充电桩数目达 21.1 万个.按该计划,假设从 2016 年起,每年年底充电桩数目都是上一年年底的 q 倍,则实数 q 的值为_____.(精确到 0.01)

【参考答案】 1.58

【能力目标】 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题,建立相应的数学模型

【知识内容】 数列/等差、等比数列的应用

例 8 汽车行驶一百公里所消耗汽油的量称为百公里油耗.某汽车百公里油耗(升/百公里)与行驶速度(公里/小时)的关系如图 2 所示,则该汽车以 80 公里/小时的速度匀速行驶 1.5 小时消耗汽油_____升.

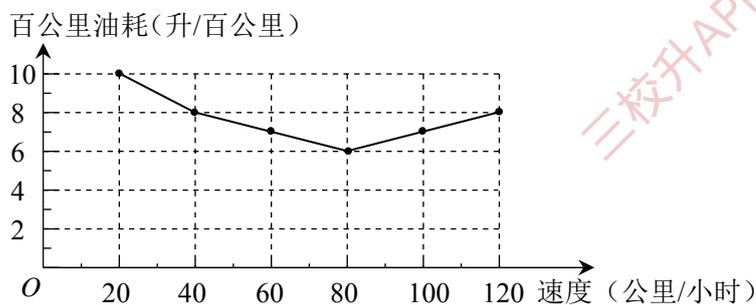


图 2

【参考答案】 7.2

【能力目标】 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题,建立相应的数学模型

【知识内容】 函数/函数的应用

(三)解答题 解答各题必须写出必要的步骤,请在答题纸的相应位置上作答.

例 1 图 3 所示的是一种无盖的圆柱形垃圾桶,其底面半径为

10 cm,高为 25 cm.(桶底和桶壁的厚度均忽略不计)

(1) 求该垃圾桶的容积;(结果保留 π)

(2) 现在制作一个这样的垃圾桶,至少需要多少面积的材料?(结果保留 π)

【参考答案】

(1) 容积 $V = \pi \times 10^2 \times 25 = 2500\pi \text{ cm}^3$.

答:该垃圾桶的容积为 $2500\pi \text{ cm}^3$.

(2) 所需材料的面积 $S = 2\pi \times 10 \times 25 + \pi \times 10^2 = 600\pi \text{ cm}^2$.

答:制作一个这样的垃圾桶,至少需要 $600\pi \text{ cm}^2$ 的材料.

【能力目标】

(1) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题,建立相应的数学模型

(2) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题,建立相应的数学模型



图 3

【知识内容】

- (1) 空间几何体/简单几何体的表面积和体积
- (2) 空间几何体/简单几何体的表面积和体积

例 2 某地区 2015 年农村低保家庭最低年补助标准是 2300 元。“十三五”期间（2016 年-2020 年），当地政府计划每年都将农村低保家庭最低年补助标准提高 350 元。设 2015 年之后的第 n 年该地区农村低保家庭最低年补助标准为 a_n ($0 < n \leq 5, n \in \mathbf{N}^*$, 单位：元)。

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 及通项公式 a_n ；
- (2) 问当地一个农村低保家庭在“十三五”期间至少可获得政府低保补助多少元？

【参考答案】

(1) $a_1 = 2300 + 350 = 2650$.
 $a_n = 2650 + (n-1) \times 350 = 2300 + 350n$ ($0 < n \leq 5, n \in \mathbf{N}^*$).

(2) 一个农村低保家庭在“十三五”期间至少可获得政府低保补助为

$$S_5 = 5 \times 2650 + \frac{5 \times (5-1)}{2} \times 350 = 16750 \text{ (元)}.$$

答：当地一个农村低保家庭在“十三五”期间至少可获得政府低保补助 16750 元。

【能力目标】

- (1) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型
- (2) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

【知识内容】

- (1) 数列/等差数列的通项公式
- (2) 数列/等差数列的前 n 项和公式

例 3 图 4 中的摩天轮上轿舱 A 的底部距地面的高度 y (米) 与旋转时间 x (分钟) 之间的关系可表示为 $y = f(x) = 25 \sin\left(\frac{\pi}{10}x\right) + 30$ ($x \geq 0$) .

(1) 写出轿舱 A 的底部距地面可达到的最大高度；
求此摩天轮旋转一周所需要的时间；

(2) 按照“五点法”作图步骤，在答题纸上完成表 3 的填空，并画出函数 $y = f(x)$ 在一个周期内的大致图像；
问摩天轮在旋转第一周的过程中，旋转时间在什么范围内，轿舱 A 在下降，且其底部距地面的高度不低于 30 米？

表 3

$\frac{\pi}{10}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x					
y					

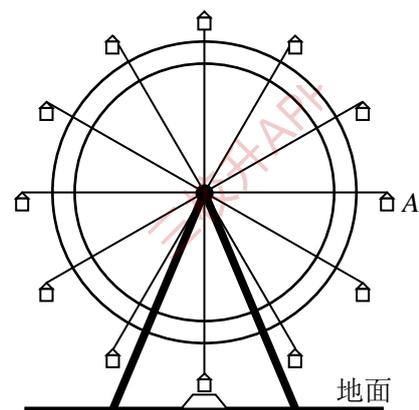


图 4

【参考答案】

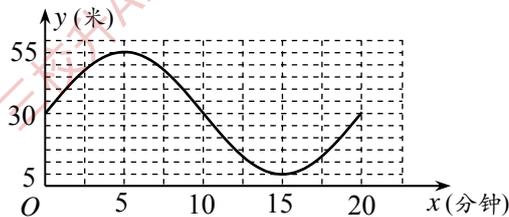
(1) 轿舱 A 的底部距地面可达到的最大高度为 55 米.

由题意, $\omega = \frac{\pi}{10}$, 则最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 20$ 分钟.

答: 此摩天轮旋转一周所需要的时间为 20 分钟.

(2) 表 3

$\frac{\pi}{10}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	0	5	10	15	20
y	30	55	30	5	30



答: 旋转时间在 5 分钟与 10 分钟之间, 轿舱 A 在下降, 且其底部距地面的高度不低于 30 米.

【能力目标】

- (1) 数学释模能力/能在原情境中解释解模结果, 并进行分析和判断
- (2) 数学释模能力/能在原情境中解释解模结果, 并进行分析和判断

【知识内容】

- (1) 三角函数/正弦型函数的图像和性质
- (2) 三角函数/正弦型函数的图像和性质

例 4 设函数 $f(x) = a^x$, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$.

- (1) 函数 $y = f(x) + 1$ 的图像都经过同一个点, 写出该点的坐标;
- (2) 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[1, 2]$ 上的最大值与最小值之差不小于 2, 且 $f(-1) = 1 + b$, 分别求 a 和 b 的取值范围.

【参考答案】

(1) 该点坐标为 $(0, 2)$.

(2) ①当 $a > 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[1, 2]$ 上单调递增,

由题意, $f(2) - f(1) = a^2 - a \geq 2$.

可得 $a \geq 2$.

②当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[1, 2]$ 上单调递减,

由题意, $f(1) - f(2) = a - a^2 \geq 2$.

此时, 满足条件的 a 不存在.

综上所述, a 的取值范围为 $[2, +\infty)$.

由 $f(-1) = 1 + b$, 得 $b = \frac{1}{a} - 1$.

又因为 $a \in [2, +\infty)$, 所以 b 的取值范围为 $(-1, -\frac{1}{2}]$.

【能力目标】

(1) 数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

(2) 数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】

(1) 指数函数和对数函数/指数函数的图像和性质

(2) 指数函数和对数函数/指数函数的图像和性质

例 5 已知圆 C 的方程为 $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 16$, 设直线 l 的方程为 $x + ky - 1 = 0$, 其中 $k \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $k = 2$ 时, 判断直线 l 与圆 C 的位置关系, 并说明理由;

(2) 设直线 l 与圆 C 相交于 A 、 B 两点, 当 k 取何值时, $\triangle ABC$ 的面积最大? 并求出面积的最大值.

【参考答案】

(1) 由题意, 得圆心 C 的坐标为 $(1, 4)$, 圆的半径为 4,

点 C 到直线 $x + 2y - 1 = 0$ 的距离 $d = \frac{|1 + 2 \times 4 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{8}{\sqrt{5}} < 4$, 所以直线与圆相交.

(2) 由方程 $x + ky - 1 = 0$ 可得直线 l 过定点 $(1, 0)$.

由圆 C 的方程可知, 点 $(1, 0)$ 在圆 C 上, 不妨设 $A(1, 0)$, $B(x_0, y_0)$,

则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |CA| \cdot |x_0 - 1| = 2|x_0 - 1|$,

由圆 C 的方程, 得 $|x_0 - 1| \leq 4$.

当 $|x_0 - 1| = 4$, 即 $x_0 = -3$ 或 5 时, $S_{\triangle ABC}$ 的最大值为 8,

此时, B 点的坐标为 $(-3, 4)$ 或 $(5, 4)$, 代入直线 l 方程, 解得 $k = \pm 1$,

所以 $k = \pm 1$ 时, $\triangle ABC$ 的面积最大, 面积的最大值为 8.

【能力目标】

(1) 数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

(2) 数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】

(1) 直线与圆/直线与圆的位置关系

(2) 直线与圆/直线与圆的位置关系